

جبر و احتمال

● فصل ۳

جبر و احتمال

فصل ۳: احتمال و پدیده‌های تصادفی

۱- اگر فضای نمونه‌ای به صورت $S = \{a, b, 1, 2, 3\}$ باشد، و نتیجه‌ی آزمایش b باشد، کدام پیشامد زیر رخ داده است؟

- (۱) $\{b, c, 1\}$ (۲) $\{a, b, 1\}$ (۳) $\{a, 1, 2\}$ (۴) $\{b, 2, 4\}$

۲- یک جفت تاس را می‌اندازیم. پیشامد آن که مجموع دو شماره بزرگ‌تر از ۷ شود چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۵ (۳) ۲۱ (۴) ۱۰

۳- به چند حالت می‌توان ۵ کتاب ریاضی و ۵ کتاب فیزیک را کنار هم قرار داد، به شرط آن که یک در میان باشند؟

- (۱) $5! \times 5!$ (۲) $5! \times 5! \times 2$ (۳) $10!$ (۴) $5! \times 4!$

۴- یک تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر فرد بیاید یک سکه و اگر زوج بیاید دو سکه پرتاب می‌کنیم. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای در این آزمایش چند می‌باشد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

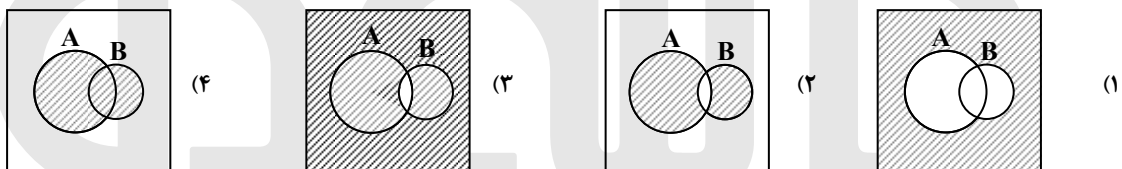
۵- ۶ نفر به چند طریق می‌توانند وارد یک قطار شوند به شرطی که نفر a بعد از نفر b وارد شود؟

- (۱) $6!$ (۲) $3 \times 5!$ (۳) $2 \times 5!$ (۴) $5!$

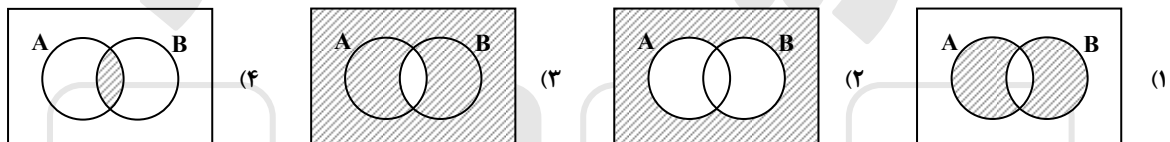
۶- در پرتاب ۵ سکه با هم پیشامد این که حداکثر ۳ بار رو بیاید، چند عضو دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۶ (۴) ۲۶

۷- کدام نمودار نشان‌دهنده‌ی این است که حداقل یکی از پیشامدهای A و B اتفاق نیفتد؟



۸- نمودار ون پیشامد این که «حداکثر یکی از پیشامدهای A و B اتفاق بیفتد»، کدام است؟



مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ‌های تشریحی فصل ۳

۱- گزینه ۲ پاسخ است.

پیشامدی رخ می‌دهد که نتیجه‌ی آزمایش عضوی از آن پیشامد باشد، پس زیرمجموعه‌هایی از S که b عضوی از آن است رخ داده‌اند. تنها زیرمجموعه‌ای که این دو ویژگی (زیرمجموعه‌ی S و b عضوی از آن) را دارد گزینه‌ی ۲ است.

۲- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\begin{aligned} \text{مجموع } ۱۲ + \text{مجموع } ۱۱ + \text{مجموع } ۱۰ + \text{مجموع } ۹ + \text{مجموع } ۸ &= \text{مجموع بیش از } ۷ \\ &\rightarrow (۲,۶), (۶,۲), (۳,۵), (۵,۳), (۴,۴), (۶,۶) \\ &\rightarrow (۳,۶), (۶,۳), (۴,۵), (۵,۴), (۵,۶), (۶,۵) \\ &\rightarrow (۴,۶), (۵,۵), (۶,۴) \end{aligned}$$

$$۵+۴+۳+۲+۱=۱۵$$

۳- گزینه ۲ پاسخ است.

می‌توان با کتاب فیزیک شروع کرد و یکی در میان آن‌ها را چید و یا برعکس با ریاضی شروع نمود. اما خود کتاب‌های فیزیک و ریاضی هم می‌توانند جایگشت ۵! داشته باشند، پس:

$$۵! \times ۵! \times ۲$$

۴- گزینه ۳ پاسخ است.

تاس در سه حالت (۱ و ۳ و ۵) فرد می‌آید و در سه حالت (۲ و ۴ و ۶) زوج. سکه هم که دو حالت دارد، پس:

تاس فرد بیاید	→	حالت ۲) پرتاب ۱ سکه	→	حالت تاس	×	حالت سکه	=	۶
				۳		۲		
تاس زوج بیاید	→	حالت ۴) پرتاب ۲ سکه	→	حالت تاس	×	حالت سکه	=	۱۲
				۳		۴		

$$۶+۱۲=۱۸$$

۵- گزینه ۲ پاسخ است.

اگر هیچ شرطی در کار نباشد این ۶ نفر به ۶! حالت وارد قطار می‌شوند. واضح است که در نیمی از حالت‌ها، نفر a قبل از نفر b و در نیمی دیگر از حالت‌ها، a بعد از b وارد می‌شود.

۶- گزینه ۴ پاسخ است.

در پرتاب ۵ سکه فضای نمونه (S) دارای $۲^۵ = ۳۲$ عضو می‌باشد و تعداد دفعاتی که ممکن است روی سکه ظاهر شود، ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ یا ۵ دفعه می‌باشد. پیشامد مطلوب مسأله (A) این است که حداکثر ۳ دفعه رو بیاید که چون تعداد عضوهای پیشامد متمم آن کم‌تر است، از پیشامد متمم کمک می‌گیریم:

$$n(A') = \binom{۵}{۴} + \binom{۵}{۵} = ۵+۱=۶ \Rightarrow n(A) = ۳۲-۶=۲۶$$

۷- گزینه ۳ پاسخ است.

حداقل یکی از پیشامدهای A و B اتفاق نیفتد به این معنی است که A' اتفاق بیفتد یا B' اتفاق بیفتد یا هر دو. پس:

$$A' \cup B' = (A \cap B)'$$

که نمودار آن گزینه ی ۳ می‌باشد.

۸- گزینه ۳ پاسخ است.

حداکثر یکی از پیشامدهای A و B اتفاق بیفتد، به این معنی است که یا فقط A اتفاق بیفتد یا فقط B اتفاق بیفتد یا هیچ‌کدام اتفاق نیفتد. متمم این پیشامد این است که هر دو با هم اتفاق بیفتد $(A \cap B)$. پس پیشامد مطلوب ما $(A \cap B)'$ می‌باشد که در گزینه‌ی (۳) به‌درستی نشان داده شده است.